

КЕҢІСТІКТЕГІ ТҮЗУ

$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ және **МЫСАЛ.**

$A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ екі
жазықтықтарының қиылысуы
түзу болады.

$$\begin{cases} 2x + 3y + 3z - 9 = 0, \\ 4x + 2y + z - 8 = 0 \end{cases}$$

Түзудің сызбасын салыңыз.

Шешуі. Берілген теңдеулерді жазықтықтың
кесінділік теңдеуі түрінде жазамыз:

$$2x + 3y + 3z - 9 = 0 \Rightarrow$$

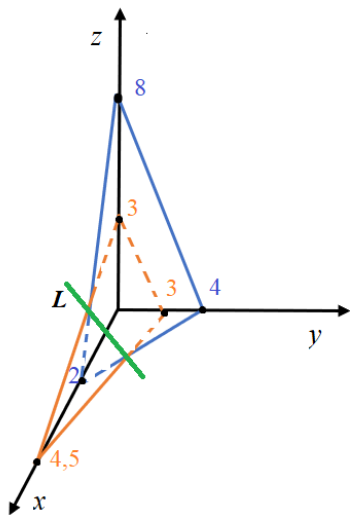
$$\frac{2x}{9} + \frac{3y}{9} + \frac{3z}{9} = \frac{9}{9} \Rightarrow \frac{x}{4,5} + \frac{y}{3} + \frac{z}{3} = 1.$$

және $4x + 2y + z - 8 = 0$ теңдеуді

кесінділік түріне келтіреміз:

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1.$$

Берілген жазықтықтардың қиылысуы
ізделінді L түзуі болады (2 сурет).



2 сурет.

Екі нүктелерден өтетін түзу теңдеуі

Екі $M_1(x_1, y_1, z_1)$ және

$M_2(x_2, y_2, z_2)$ нүктелерінен

өтетін түзу теңдеуі

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}.$$

Түзудің канондық теңдеулері

$$\frac{x - x_1}{l} = \frac{y - y_1}{m} = \frac{z - z_1}{n}$$

$M_1(x_1, y_1, z_1)$ нүктесінен өтетін

$\vec{s} = l\vec{i} + m\vec{j} + n\vec{k}$ векторына

параллель түзуді анықтайды.

МЫСАЛ. Екі $M_1(2, 3, -1)$ және $M_2(4, 2, 6)$

нүктелерінен өтетін түзу теңдеуін жазамыз:

$$\begin{aligned} \frac{x - 2}{4 - 2} &= \frac{y - 3}{2 - 3} = \frac{z - (-1)}{6 - (-1)} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x - 2}{2} &= \frac{y - 3}{-1} = \frac{z + 1}{7}. \end{aligned}$$

Алынған түзу теңдеуі $M_1(2, 3, -1)$ нүктесінен

өтетін $\vec{s} = 2\vec{i} - 1\vec{j} + 7\vec{k}$ векторына

параллель түзуді анықтайды.

Түзудің параметрлік теңдеулері

t параметірін енгізіп, түзудің канондық теңдеулерінен түзудің параметрлік теңдеулерін аламыз

$$\begin{cases} x = lt + x_1, \\ y = mt + y_1, \\ z = nt + z_1. \end{cases}$$

МЫСАЛ. Екі $M_1(0,2,5)$ және $M_2(-4,8,7)$ нүктелерінен өтетін түзудің параметрлік теңдеуін жазу керек.

Шешуі. Берілген екі нүктелерден өтетін түзу теңдеуін жазамыз:

$$\begin{aligned} \frac{x-0}{-4-0} &= \frac{y-2}{8-2} = \frac{z-5}{7-5} \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x}{-4} &= \frac{y-2}{6} = \frac{z-5}{2}. \end{aligned}$$

Түзудің параметрлік теңдеуін жазамыз:

$$t = \frac{x}{-4} \Rightarrow x = -4t;$$

$$t = \frac{y-2}{6} \Rightarrow 6t = y-2 \Rightarrow y = 6t-2;$$

$$t = \frac{z-5}{2} \Rightarrow 2t = z-5 \Rightarrow z = 2t+5.$$

Жауабы.

$$\begin{cases} x = -4t, \\ y = 6t-2, \\ z = 2t+5. \end{cases}$$

1-ТАПСЫРМА. Кеңістікте үш M_1, M_2, M_3 нүктелер берілген. Жазу керек:

а) үш нүктелер арқылы өтетін жазықтықтың теңдеуін; ә) жазықтықтың жалпы теңдеуін; б) жазықтықтың кесінділік теңдеуін; в) M_2, M_3 және M_1, M_3 нүктелерден өтетін сәйкес L_1 және L_2 түзулерінің теңдеулерін; г) L_1 және L_2 түзулерінің параметрлік теңдеулерін.

1. 1. $M_1(-1, 6, 5), M_2(-1, 7, 1), M_3(4, -6, 2)$.

1. 2. $M_1(3, 4, 5), M_2(3, -9, 1), M_3(4, 5, 7)$.

1. 3. $M_1(0, 8, 5), M_2(3, -2, 4), M_3(2, 5, 6)$.

1. 4. $M_1(-1, 4, 2), M_2(1, -9, 1), M_3(4, 4, 7)$.

1. 5. $M_1(-1, 4, 2), M_2(1, -4, 2), M_3(4, 4, 7)$.

2-ТАПСЫРМА

2.1. $B(2,3,5)$ нүктесінен координаталық осьтеріне перпендикулярлар жүргізілген. Перпендикулярлардың табандарынан өтетін жазықтық теңдеуін жазыңыз.

2.2. $A(5,4,3)$ нүктесінен өтетін және координаттық осьтерінен тең өлшемді кесінділерді қиятын жазықтықтың теңдеуін жазыңыз.

2.3. $C(2, -1, 4)$ нүктесінен өтетін Oz осінен Ox пен Oy осьтеріне қарағанда екі есе үлкен кесіндіні қиятын жазықтықтың теңдеуін жазыңыз.

2.3. $A(3, 2, -1)$ нүктесінен өтетін және Ox осімен тік бұрыш жасайтын түзу теңдеуін жазыңыз.

2.4. $A(2, -5, 1)$ және $B(-1, 1, 2)$ нүктелер арқылы өтетін түзудің параметрлік теңдеуін жазыңыз.

2.5. $A(-1, 2, 3)$ және $B(2, -3, 1)$ нүктелер берілген. $C(3, -1, 2)$ нүктеден өтетін және $\overline{AB}$ векторына параллель түзудің теңдеуін жазыңыз.